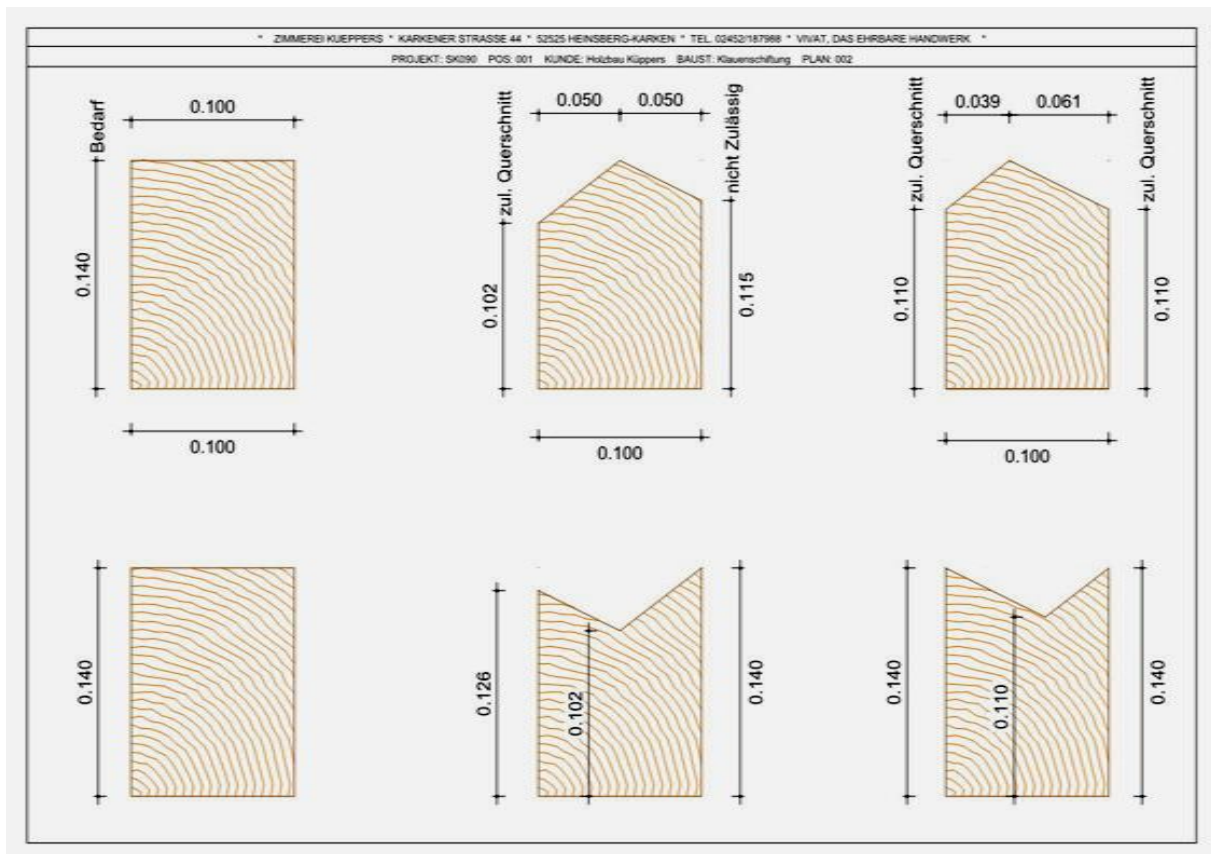


Megint az él - és vápaszarufák megmunkálási szögeinek összefüggéseiről

Egy korábbi dolgozatunkban – melynek jele és címe:

KD.: Az él - és vápaszarufák megmunkálási szögeinek összefüggéseiről – már volt szó e témáról. Időnként nem árt visszatérni rá, akár csak ismételés vagy kiegészítés miatt is. Induljunk ki az 1. ábrából!



1. ábra – forrása: [1]

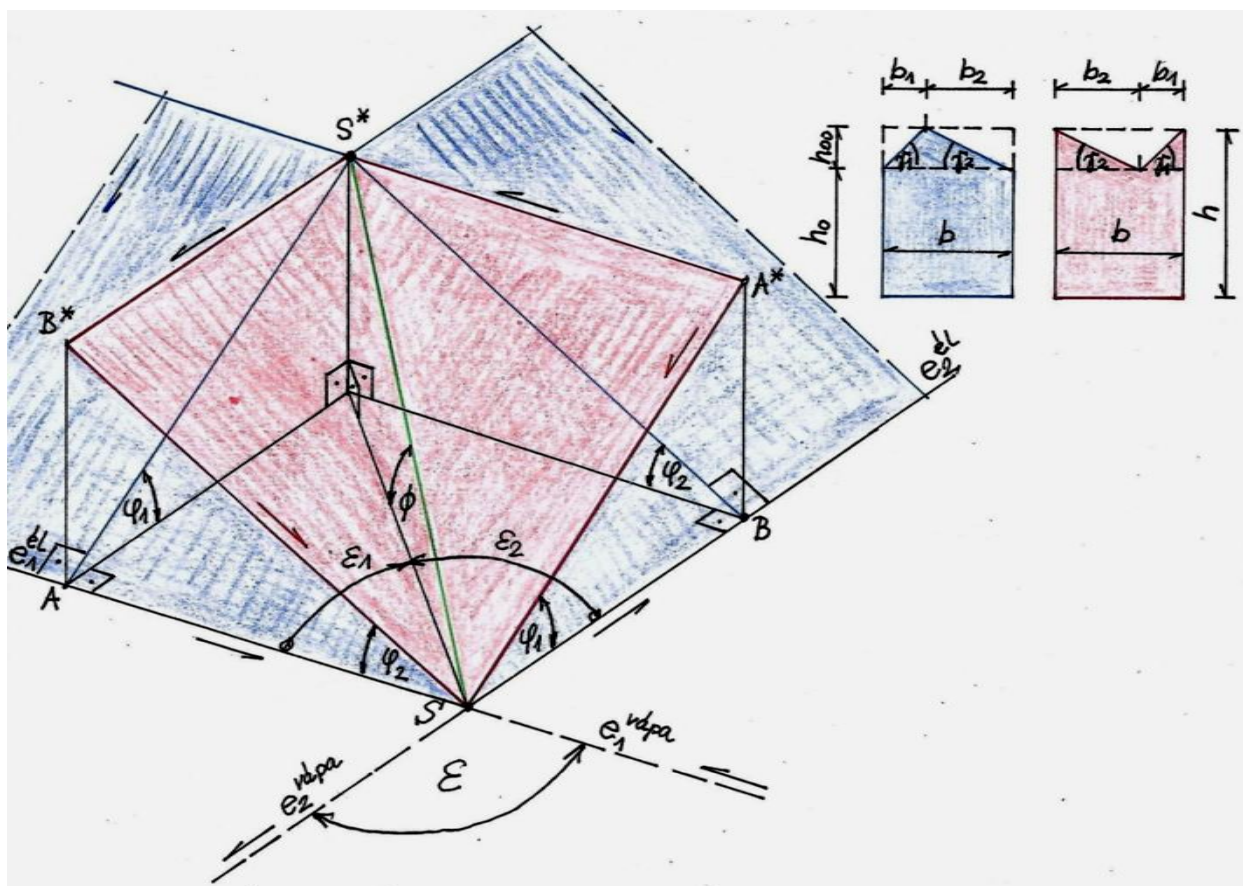
Ez egy nagyon hasznos – mert információban gazdag – ábra.

A felső sorban azt mutatják be, hogy egy 10 / 14 cm - es téglalap keresztmetszetű gerendából hogyan lesz élszaru - gerenda. A középső ábrán az élgerinc egyenesen egybeesik a gerenda felső élével, ami a szélessége felében van. A jobb szélső ábrán az élgerinc egyenesen nem a gerenda szélességének felében található, így itt van „Gratgrundverschiebung”. Az alsó sorban ugyanezt mutatják meg, de vápaszaru - gerendára. Az ábrán feltüntették, hogy mely keresztmetszet - részek nem vehetők figyelembe szilárdságilag: a tiszta téglalapon kívüli síkidomok. Ez egybeesik az általunk is elfogadottakkal.

A témánk szempontjából fontos információ az, hogy hogyan viszonyulnak egymáshoz az egymásnak megfelelő él - és vápaszarufák keresztmetszet - alakjai.

Ezzel a kérdéssel már korábban is foglalkoztunk, de talán nem teljesen kielégítő magyarázattal szolgálva. A mostani magyarázatunkhoz tekintsük a 2. ábrát!

Ezzel kapcsolatban azt kell belátni, hogy hogyan juthatunk az 1. ábra középső és jobb oldali ábrarészei szerinti keresztmetszet - megfeleltetésekhez. A 2. ábrán a domború élszarufa ~ keresztmetszetet a két kék tető síkja „állítja elő”, csonkolás útján. A homorú vápszarufa ~ keresztmetszetet a két piros tetősík „dolgozza meg”. Amikor az élről áttérünk a vápára, akkor a jobb oldali kék sík helyét átveszi a bal oldali piros, a bal oldali kék helyét pedig a jobb oldali piros. A cserélő tetősíkok hajlása ugyanaz. Ennek megfelelően állnak elő a jobb oldali ábrarészen mutatott keresztmetszetek. Minthogy a párhuzamos lapok hajlása ugyanaz, elegendő meghatározni az élek $\gamma_{1,2}$ - szögeinek nagyságát, a vápáké ugyanaz, csak máshogyan elhelyezve. Ezek után már nem kell agyalnunk semmilyen matekos segítségen, mert ami kell, azt már korábban kiszámítottuk – ld. mintafeladat!

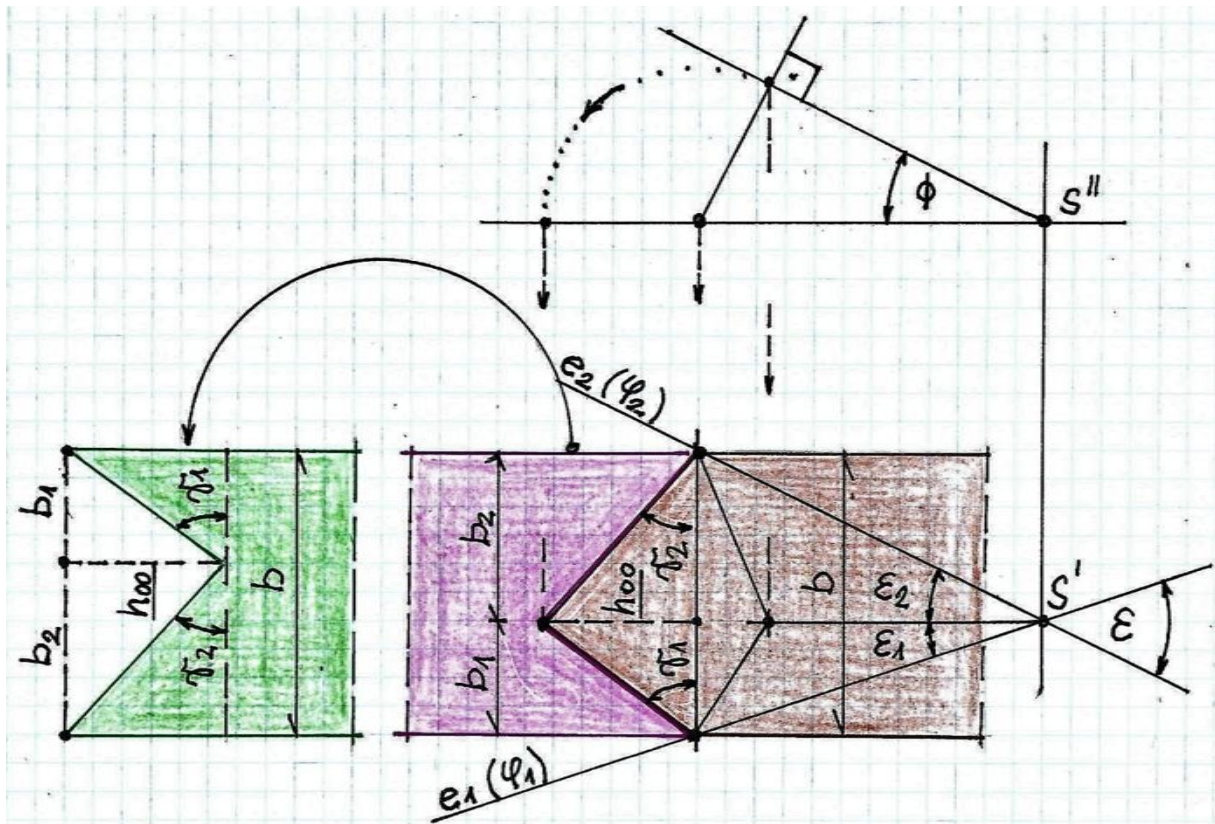


2. ábra

$$\text{Itt: } \varphi_1 > \varphi_2 \rightarrow \varepsilon_1 < \varepsilon_2 \rightarrow \gamma_1 > \gamma_2. \quad (1)$$

Az (1) relációk – vagy a hasonlók – fontosak, ezért javasoljuk a rájuk való fokozott odafigyelést! Érvényességük a szerkesztésből vagy a számításból is belátható. Ezt ld. alább!

Most nézzük meg, hogyan alakul az él ~ vápa átmenet kedvenc tetőgeometriai szerkeszté -
sünk esetében! Ehhez tekintsük a 3. ábrát!



3. ábra

A 2. és 3. ábrán is jól látszik, hogy az élgerinc és a vápagerinc vonala – vagyis a gerendák felső részét ferdén levágó síkok metszészvonala – nem ugyanott van, kivéve az egyező te -
tőhajlások esetét.

MINTAPÉLDA

A feladat:

Egy él - és egy vápaszarufát akarunk előállítani az alábbi adatokkal bíró tetőre.

- ~ Az ereszvonalak közbezárt szöge: $\varepsilon = 90^\circ$.
- ~ Az összemetsződő tetősíkok hajlása: $\varphi_1 = 45^\circ$, $\varphi_2 = 60^\circ$.
- ~ A gerendák kiindulási keresztmetszeti méretei: $b = 12 \text{ cm}$, $h = 16 \text{ cm}$. (A)

A megoldás:

1.) Az $\varepsilon_{1,2}$ szögek, illetve tangensük számítása.

Korábban már többször bemutatott képleteinkkel:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon + \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2}}, \quad \operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon + \frac{\operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_1}}; \quad (2)$$

most (2) és (A) - val:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_1 = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ + \frac{\operatorname{tg} 45^\circ}{\operatorname{tg} 60^\circ}} = \frac{1}{0 + \frac{1}{\operatorname{tg} 60^\circ}} = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \rightarrow \underline{\varepsilon_1 = 60^\circ}; \quad (e1)$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_2 = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ + \frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{tg} 45^\circ}} = \frac{1}{0 + \frac{\sqrt{3}}{1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \underline{\varepsilon_2 = 30^\circ}. \quad (e2)$$

$$\text{Ellenőrzés: } \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon \rightarrow 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ. \checkmark \quad (\%)$$

2.) A gerenda ϕ hajlásszögének számítása.

Szintén korábbi képleteinkkel:

$$\operatorname{tg} \phi = \sin \varepsilon_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 = \sin \varepsilon_2 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ; \quad (3)$$

majd (3), (A), (e1), (e2) - vel:

$$\operatorname{tg} \phi = \sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \underline{\phi = 40,89^\circ}. \quad (e3)$$

$$\text{Ellenőrzés: } \operatorname{tg} \phi = \sin \varepsilon_2 \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 = \sin 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \checkmark \quad (\%\%)$$

3.) A megmunkálás b_1 , b_2 , h_{00} méreteinek számítása.

Megint csak korábbi képleteinkkel:

$$b_1 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_1}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2}, \quad b_2 = b \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon_2}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2}, \quad b_1 + b_2 = b; \quad h_{00} = b \cdot \frac{\sin \phi}{\operatorname{tg} \varepsilon_1 + \operatorname{tg} \varepsilon_2}; \quad (4)$$

most (4), (A), (e1), (e2), (e3) - mal:

$$b_1 = 12 \text{ cm} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = 12 \text{ cm} \cdot \frac{3}{3+1} = 9 \text{ cm}, \quad \underline{b_1 = 9 \text{ cm}}. \quad (e4)$$

$$b_2 = 12 \text{ cm} \cdot \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = 12 \text{ cm} \cdot \frac{1}{3+1} = 3 \text{ cm}, \quad \underline{b_2 = 3 \text{ cm}}. \quad (e5)$$

$$\text{Ellenőrzés: } b_1 + b_2 = b \rightarrow 9 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}. \checkmark \quad (\%\%\%)$$

$$h_{00} = 12 \text{ cm} \cdot \frac{\sin 40,89^\circ}{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = 3,4014 \text{ cm} \approx 3,40 \text{ cm}, \quad \underline{h_{00} \approx 3,40 \text{ cm}}. \quad (e6)$$

4.) A $\gamma_{1,2}$ megmunkálási szögek számítása.

Képleteink az alábbiak:

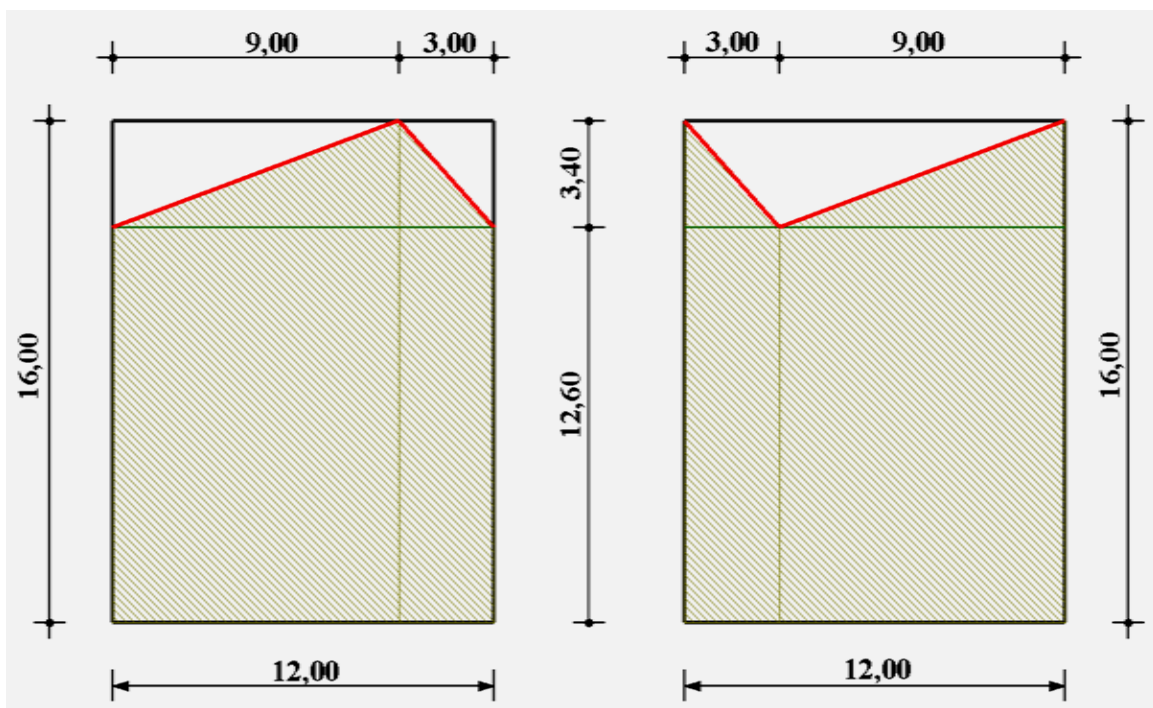
$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{h_{00}}{b_1}, \quad \operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{h_{00}}{b_2}. \quad (5)$$

Most (5) és (e4), (e5), (e6) - tal:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{3,4014}{9} = 0,3779 \rightarrow \gamma_1 = \operatorname{arctg}(0,3779) = 20,70^\circ, \quad \underline{\gamma_1 = 20,70^\circ}. \quad (e7)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{3,4014}{3} = 1,1338 \rightarrow \gamma_2 = \operatorname{arctg}(1,1338) = 48,59^\circ, \quad \underline{\gamma_2 = 48,59^\circ}. \quad (e8)$$

5.) Az eredmények rajzi megjelenítése – 4. ábra.



4. ábra

Ezzel a mintapéldát megoldottuk. A 4. ábrán a megmunkálási szögeket nem tüntettük fel. A számításból és a megrajzoltakból ezek egyértelműen kiderülnek.

Megjegyzések:

M1. Az 1. ábra 10 / 14 cm - es induló keresztmetszete megfelel a szilárdsági szempontból ajánlott $\frac{b}{h} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx \frac{1}{1,4} = \frac{10}{14}$ méretviszonynak is.

M2. A **KD** készítése óta 3 év telt el. Ez idő alatt bőven elfelejthettük akkori gondolatmehetek. Ezért is jó az ismétlés. Meg a kevésbé szerencsés megoldások elhagyására.

M3. Az „összetartozó él - és vápaszarufák” alatt azt a két gerendát értjük, melynek a **b** szélességi és **h** magassági befoglaló méretei, valamint ϕ hajlása ugyanaz, csak az egyik felülről nézve domború (élszarufa), a másik pedig homorú (vápaszarufa) kialakítású, a tetősíkokba simulás érdekében.

M4. Az az igazság, hogy nem voltunk megelégedve a **KD** - ban írtakkal, így itt változtattunk az alapelgondoláson. Kevesebb képlet, több (tér)szemlélet. Változnak a dolgok. Talán jobba is válnak. Lehet, hogy fejlődünk?

M5. A 2. ábrán a színes nyilak az adott tetősík esésvonalait mutatják, a fekete nyilak pedig körüljárási irányokra utalnak.

M6. Javasoljuk, hogy az érdeklődő Olvasó végezze el a 3. ábra szerinti szerkesztést a mintapéldára is! Valamint azt is, hogy végezze el azt a fajta keresztmetszeti kialakítást is, amikor a megmunkáló síkok a gerenda - szélesség feléből indulnak ki.

M7. Érdemes megemlíteni, hogy a 2. ábrán az élszarufa bal oldali függőleges lapja néz az $e_1^{\text{él}}$, a vápaszarufa jobb oldali függőleges lapja pedig az $e_1^{\text{vápa}}$ eresztvonal felé. A kereszt - metszeti képen alkalmazott jelölések ennek megfelelőek.

M8. A $\gamma_{1,2}$ - szögek ismerete jól jöhet a gerendák felső részének dönthető lapú körfűrészszel történő megmunkálásakor is. Néha ezt a munkát műhelyben, néha pedig az építés helyszí - nén végzik. Az előbbi a szerencsésebb megoldás. Nálunk is lehet már látni – bár még csak ritkán – fenti módon kidolgozott / megmunkált él - és vápaszarufákat. Főleg makettekén és látszódo faszerkezeteken. Magától értetődő, hogy az ilyen munkára elő kell készülni, hi - szen egy épületen sok különböző él és vápa is lehet, melyekhez elő kell állítani a szüksé - ges él - és vápaszarufákat.

M9. A 4. ábrán kétféle méretmegadási módot is alkalmaztunk. Ez technikai hiányossága - ink következménye. A lényegét azonban ez nem érinti.

M10. A forrásjegyzékünk egytagú. Ugyanis a már sokszor említett témákhoz az említés helyén található a forrás(ok)ra való hivatkozás. Az említési helyeket itt nem hoztuk fel. Akit érdekel, írásainkban megtalálhatja azokat.

Forrás:

[1] –

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bc/Querschnitte_mit_und_ohne_Grundverschiebung.jpg

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Szódliget, 2021. 03. 12.

Továbbiak: <https://galgoczi.net/>